

INFLUENCIA DE ASENTAMIENTOS DIFERENCIALES EN UN MARCO ESPACIAL: PARTE I

Antonio FERNANDEZ*

Tomás GUENDELMAN**

Pedro ORTIGOSA***

RESUMEN

Se determinan los momentos flectores inducidos por desplazamientos de las fundaciones en un marco espacial construido en forma instantánea y apoyado sobre zapatas aisladas. Se contemplan solicitaciones estáticas verticales y sismo horizontal, se consideran suelos tipo grava, arena y arcilla modelados como medios elásticos, homogéneos e isotropos y se analiza la influencia del número de pisos y de la rigidez de vigas de fundación. Los resultados para solicitaciones estáticas verticales se comparan con mediciones de terreno a través de un gráfico asentamiento diferencial máximo, $\Delta \rho_{\text{máx}}$, vs asentamiento máximo, $\rho_{\text{máx}}$.

INTRODUCCION

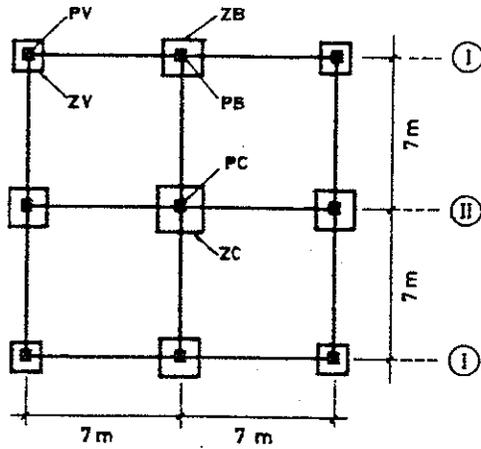
Uno de los problemas que frecuentemente aparece en el diseño y dimensionamiento de un sistema de fundación es establecer el asentamiento máximo tolerable para un tipo de suelo dado y una estructura con características de rigidez y funcionalidad determinadas.

Una forma de abordar el problema ha consistido en el análisis de registros de asentamientos en estructuras con y sin daños, los cuales han permitido determinar

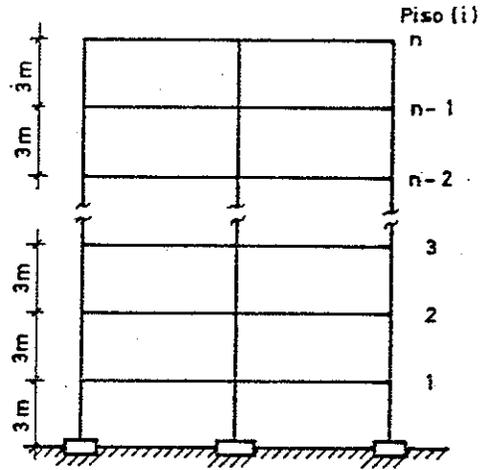
*Estudiante graduado, Magister en Mecánica de Suelos, IDIEM.

**Profesor de Ingeniería Estructural, Universidad de Chile. Investigador de la Sección Estructuras, Universidad de Chile.

***Profesor de Mecánica de Suelos y Fundaciones, Universidad de Chile. Ingeniero Investigador del IDIEM, Universidad de Chile.



- ZB = ZAPATA BORDE
- ZC = ZAPATA CENTRAL
- ZV = ZAPATA VERTICE
- PB = PILAR BORDE
- PC = PILAR CENTRAL
- PV = PILAR VERTICE



DIMENSIONES DE PILARES Y VIGAS:

PISO (i)	PILARES	VIGAS
$n \geq i \geq n-2$	50x50cm	50 x 70cm
$n-3 \geq i \geq n-5$	60x60cm	
$n-6 \geq i$	70x70cm	

Fig. 1. Geometría de la estructura básica analizada.

contacto admisibles iguales a 5 kgf/cm^2 en la grava, 2.5 kgf/cm^2 en la arena y 1.5 kgf/cm^2 en la arcilla; además se impuso que no se produjeran presiones de contacto negativas. Para solicitaciones de peso propio, sobrecarga y sismo las presiones de contacto se incrementaron en 50%. Este criterio de dimensionamiento no consideró la limitación de asentamiento máximo admisible, ni tampoco contempló el dimensionamiento compensado de zapatas tendiente a reducir los asentamientos diferenciales. En la Tabla I se presentan las dimensiones obtenidas en función del número de pisos y del tipo de suelo de apoyo.

Una vez definidas las dimensiones de las zapatas se determinaron las constantes de giro y desplazamiento vertical en cada una de ellas utilizando las relaciones clásicas de la teoría de elasticidad e ignorando la interacción entre zapatas a través del suelo. En aquellos casos en que se dispusieron vigas de fundación uniendo entre sí los pilares, éstas se consideraron apoyadas sobre un medio *winkleriano* con una constante de resorte por unidad de longitud de viga determinada a través de las relaciones siguientes:

$$K_{VF} = k \cdot b \tag{1}$$

$$k = k_o \frac{1 + 0.5 b/L}{1.5} \tag{2}$$

en que k_o es la constante de balasto para zapata cuadrada de dimensiones $b \times b$

TABLA I
DIMENSIONES DE ZAPATAS EN LA ESTRUCTURA ANALIZADA
SEGUN EL TIPO DE SUELO DE APOYO

Nº de pisos	Suelo tipo	Dimensión zapata cuadrada, m		
		Vértice	Borde	Central
2	Grava	1.15	1.05	1.30
	Arena	1.25	1.45	1.85
	Arcilla	1.50	1.80	2.40
4	Grava	1.15	1.40	1.80
	Arena	1.55	1.95	2.55
	Arcilla	1.95	2.50	3.30
7	Grava	1.45	1.80	2.30
	Arena	1.95	2.50	3.25
	Arcilla	2.45	3.20	4.20

determinada con las relaciones clásicas de la teoría de elasticidad en kgf/cm^3 ; k es la constante de balasto asociada a la viga de fundación en kgf/cm^3 ; b es el ancho de la viga de fundación en contacto con el suelo en cm; L es la longitud de la viga de fundación en cm; K_{VF} es la constante del resorte por unidad de longitud de viga de fundación en kgf/cm/cm . Para los módulos de deformación del suelo asociados a las sollicitaciones estáticas de peso propio más sobrecarga, considerando $L = 7.0$ m y adoptando $b = 0.5$ m se obtiene $K_{VF} = 40, 260$ y $1\ 300$ kgf/cm/cm , según se trate de apoyo sobre arcilla, arena o grava, respectivamente. Para otros anchos b comprendidos entre 0.30 y 1.0 m (rango más o menos típico) la constante del resorte prácticamente no experimenta variación.

Al hormigón armado del marco se le asoció un comportamiento lineal carga-deformación con un módulo de elasticidad de $300\ 000$ kgf/cm^2 y uno de corte igual a $120\ 000$ kgf/cm^2 . Los cruces entre vigas y pilares y entre éstos y las zapatas de fundación constituyen nudos rígidos. Las losas de piso se modelaron con rigidez nula en el sentido vertical e infinita en su plano. Se ignoró el efecto del *creep*, de la contracción volumétrica y del envejecimiento del hormigón y se consideró que la estructura se construye en forma instantánea.

Las sollicitaciones contempladas en el análisis corresponden a un peso propio más sobrecarga de 800 kgf/m^2 uniformemente repartido en las losas de cada piso. Se consideraron, además, sollicitaciones sísmicas horizontales calculadas con un coeficiente sísmico de 10% aplicado sobre el peso propio más sobrecarga y con una distribución de aceleraciones lineal en altura con un valor nulo a nivel de terreno. Esta forma de cálculo corresponde a una simplificación de la establecida por la Norma Chilena de Cálculo Antisísmico de Edificios (NCh 433, n72) como

método de análisis válido para estructuras con un número de pisos no mayor a 5 y una altura no mayor a 16 m.

SOLUCION DE LA ESTRUCTURA ANALIZADA

Para resolver el problema planteado se utilizó un programa de computación que permite el análisis de estructuras elásticas con nudos rígidos, aporricadas espacialmente. El programa considera en los nudos extremos de cada elemento (viga o pilar) solicitaciones y deformaciones según 6 grados de libertad y la inclusión de resortes de apoyo correspondientes a cada una de las 6 componentes de desplazamiento. Para la estructura analizada dichos resortes de apoyo se ubican en los nudos correspondientes a la unión entre los pilares y las zapatas, de los cuales sólo se contempló el resorte de desplazamiento vertical y los resortes de giro en torno a dos ejes que pasan por el centro de gravedad de las zapatas y que son paralelos a sus lados. El resto se consideró con una constante de resorte infinita, es decir, las zapatas no tienen movimiento de torsión ni se desplazan en su plano horizontal. En la práctica, esta última simplificación no modifica mayormente los resultados obtenidos del análisis, especialmente si existen cadenas o vigas de fundación que unan entre sí las zapatas.

Las vigas de fundación se introdujeron como un elemento más de la estructura con la diferencia de que su matriz de rigidez se determinó considerando la restricción debida al apoyo *winkleriano*. El problema fundamental fue encontrar una formulación matemática tal que no aumentara el ancho de banda de la matriz de rigidez global de la estructura. Ello se consiguió empleando las ecuaciones de Miranda y Nair¹⁶ las cuales, frente a otros métodos²³, no incluyen la deformación por corte de la viga. Esta deformación que es importante tener en cuenta en vigas de fundación altas, como por ejemplo muros de subterráneo, puede ser considerada sacrificando memoria de computador. No se consideró la restricción impuesta por el medio *winkleriano* al giro por torsión de la viga de fundación, ya que es poco importante.

El programa empleado para resolver la estructura fue adaptado al computador IBM-360/4 del Centro de Computación de la Universidad de Chile; usa memoria dinámica y requiere 3 cintas de operación como unidades de memoria adicional. Puede analizar estructuras con geometría y solicitación asimétrica de hasta 8 pisos con 12 nudos por piso y de hasta 23 pisos con 9 nudos por piso.

RESULTADOS

Los resultados que aquí se presentan corresponden a momentos flectores en las vigas y pilares según la nomenclatura indicada en la Fig. 2. Se complementan con una comparación entre los asentamientos calculados para solicitaciones de peso

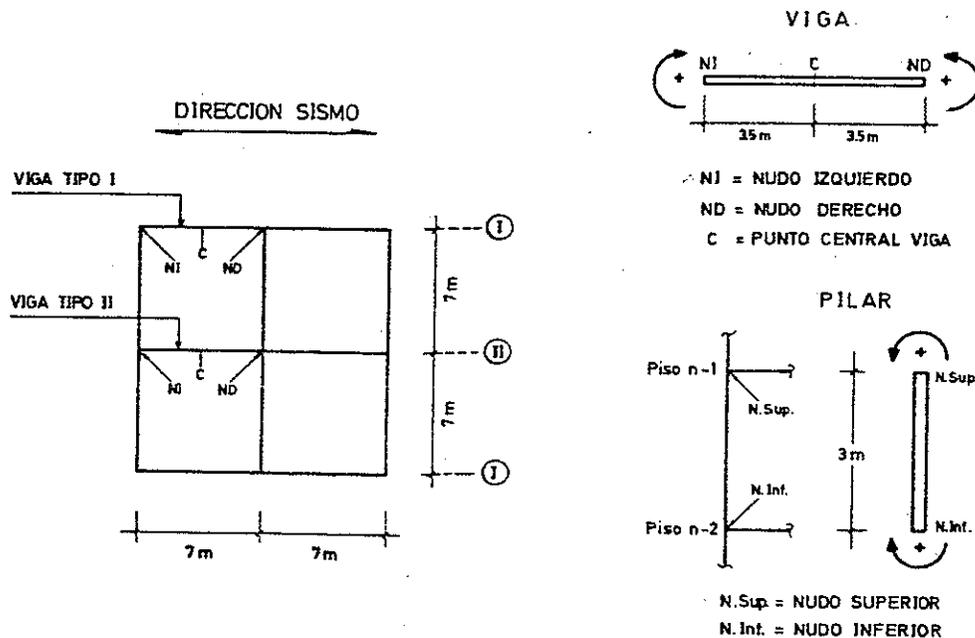


Fig. 2. Nomenclatura utilizada y signo de momentos flectores en vigas y pilares.

propio más sobrecarga, con los medidos en terreno para edificios apoyados sobre suelos tipo arena y arcilla.

Para apoyo sobre grava, arena y arcilla se verificó la condición de presión de contacto admisible, así como también, la condición de que no existieran presiones de contacto negativas. La única excepción a la primera de estas condiciones la constituye la zapata vértice de la estructura con 7 pisos apoyada en grava y solicitada por peso propio, sobrecarga y sismo en la cual $\sigma_{m\acute{a}x} = 7.6 \text{ kgf/cm}^2 > 1.5 \times 5$. La segunda condición no se cumplió en la zapata vértice de la estructura con 2 pisos apoyada en grava y solicitada por peso propio, sobrecarga y sismo en la cual $\sigma_{m\acute{i}n} = -0.38 \text{ kgf/cm}^2$. Sin embargo, desde un punto de vista práctico, ambas situaciones no modifican substancialmente los resultados. Finalmente cabe señalar que para apoyo rígido no se verificaron las condiciones señaladas anteriormente, ya que, en este caso, el momento de empotramiento en la base de los pilares, cuando existe solicitación sísmica, es muy alto. Ello trae como consecuencia un aumento de las dimensiones de las zapatas con respecto a las indicadas en la Tabla I. Sin embargo, por tratarse de una situación de apoyo *ficticia*, utilizada como referencia, la no verificación de dichas condiciones no afecta la validez de los resultados obtenidos. En relación a las vigas de fundación las presiones de contacto sobrepasan los límites admisibles cuando se trata de anchos b iguales a 0.30 m y número de pisos igual o superior a 4. Esta situación comienza a producirse en la zona de la viga de fundación inmediatamente vecina a las zapatas de la estructura y es más notoria si el suelo de apoyo es arcilla. Sin embargo, para los efectos del presente análisis, se consideró que el ancho b es el suficiente como para no sobrepasar dichos límites admisibles.

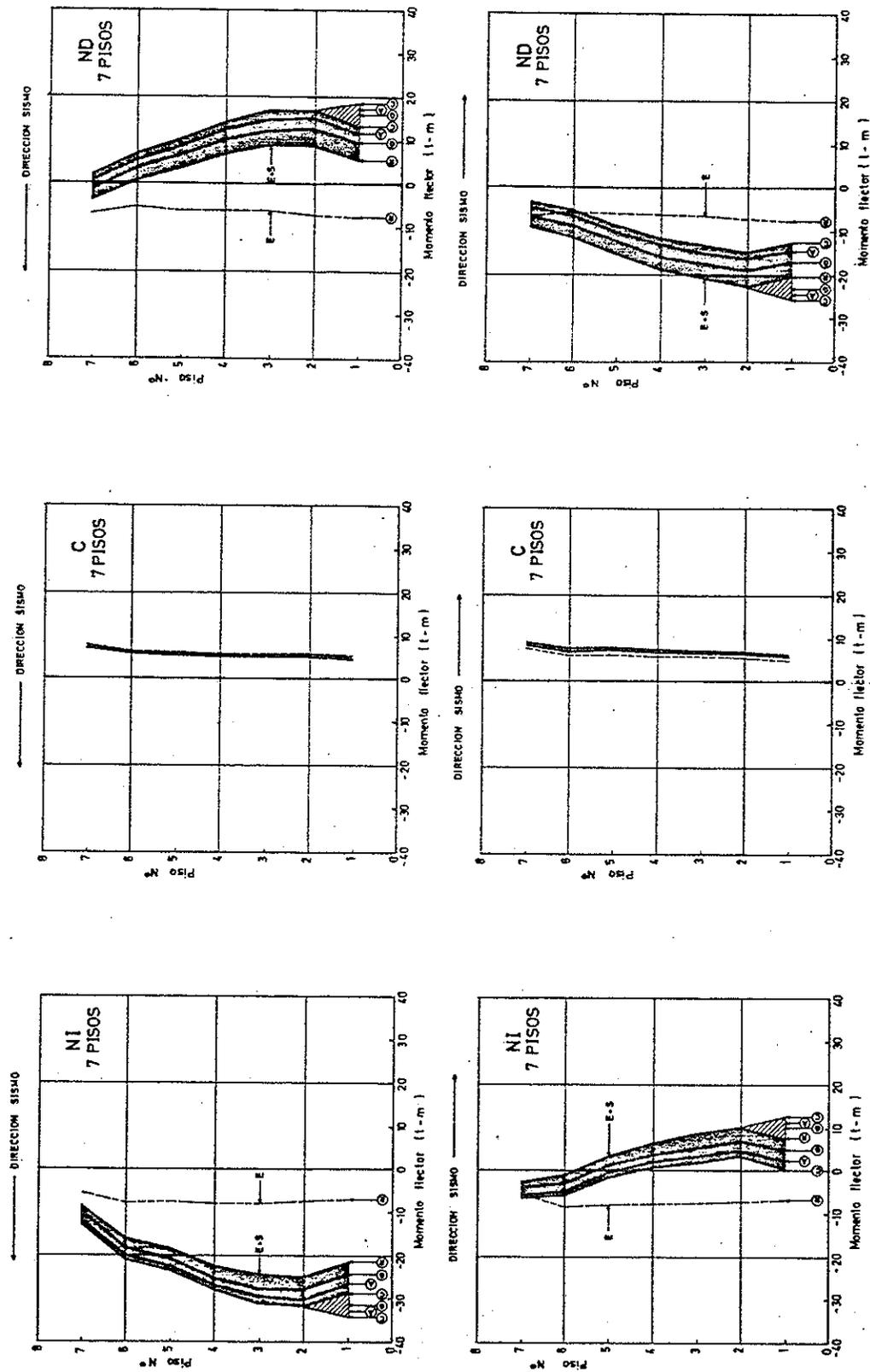


Fig. 3. Variación del momento flector con el número de pisos en viga tipo I. Estructura básica de 7 pisos sin vigas de fundación.

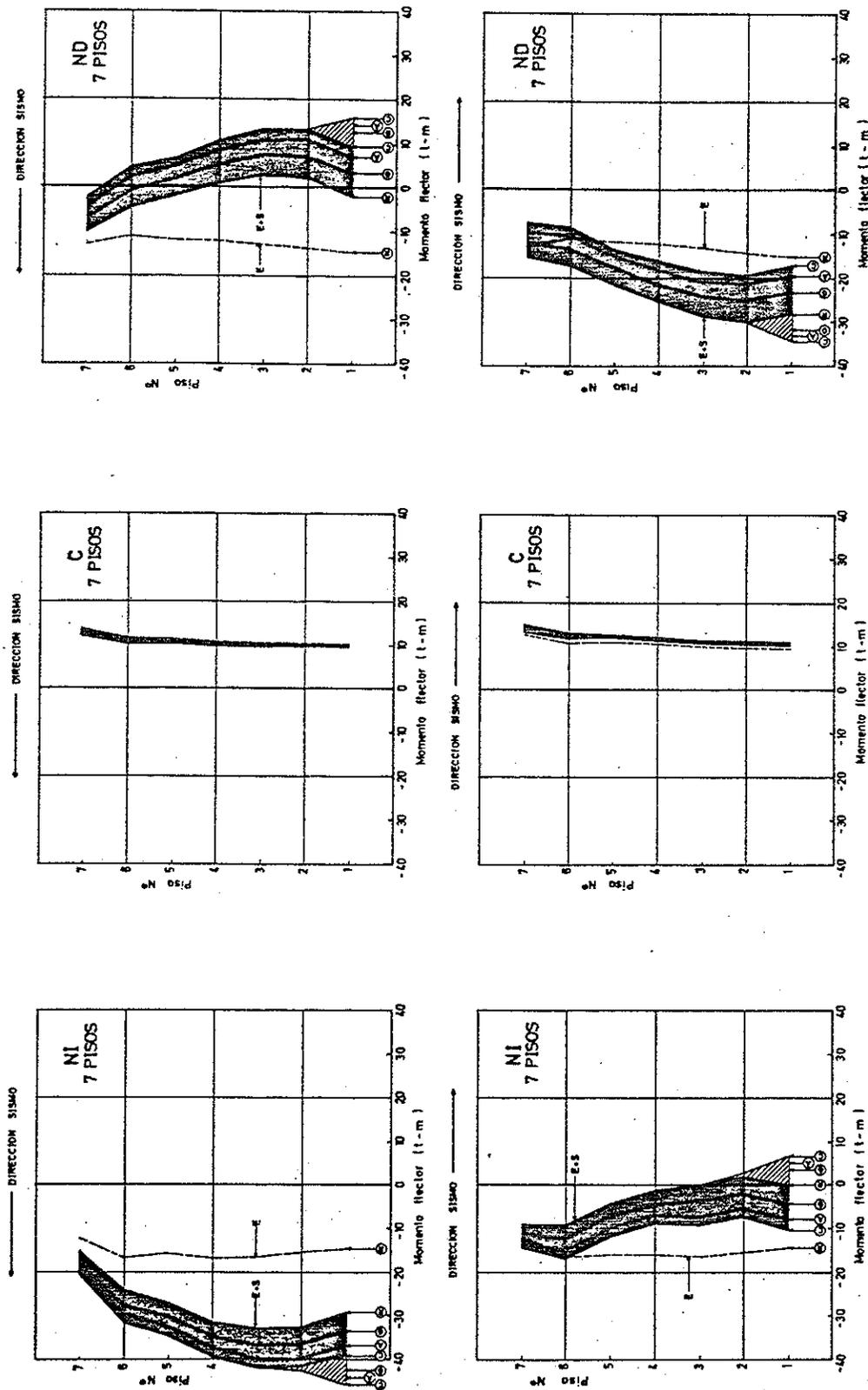


Fig. 4. Variación del momento flector con el número de pisos en viga tipo II. Estructura básica de 7 pisos sin vigas de fundación.

Momentos flectores en las vigas

Las Figs. 3 y 4 ilustran la variación en altura de los momentos flectores en el nudo izquierdo, NI, derecho, ND, y en el punto central, C, de las vigas tipo I y II para la estructura de 7 pisos. La línea segmentada, E, representa los momentos inducidos por el peso propio más sobrecarga considerando indeformable el suelo de apoyo; la línea E + S corresponde a los momentos resultantes considerando además la acción del sismo; la banda sombreada, el aporte de momentos debidos a asentamientos diferenciales y giros de fundación inducidos por el peso propio más sobrecarga, y la banda achurada, el aporte correspondiente a asentamientos diferenciales y giros de fundación provocados por el sismo. En la Fig. 5 se presentan resultados similares a los anteriores en estructuras con 2, 4 y 7 pisos. En relación al aporte de momentos debido a giros de fundación cabe señalar que éstos

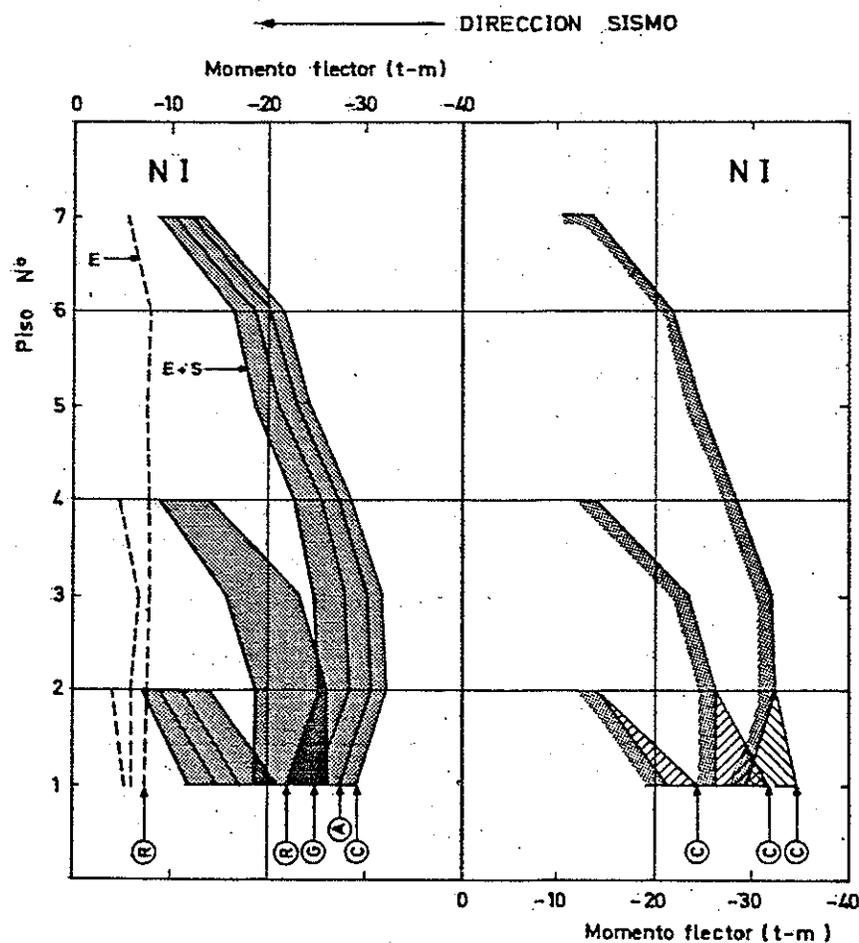


Fig. 5. Variación del momento flector con el número de pisos en viga tipo I. Estructura básica de 2, 4 y 7 pisos sin vigas de fundación.

son muy pequeños frente a los aportados por los asentamientos diferenciales en tanto se considere solamente las solicitaciones de peso propio más sobrecarga. Para la componente sísmica de la solicitación, el aporte de momentos sólo resulta significativo en las vigas del primer piso y se debe fundamentalmente a giros de fundación.

De la observación de las Figs. 3 a 5 es posible establecer que: (i) los momentos flectores en el punto central de las vigas no se ven afectados significativamente por la existencia de desplazamientos en las zapatas de fundación; (ii) los momentos aportados por los desplazamientos de las zapatas bajo cargas sísmicas sólo afectan a las vigas del primer piso de la estructura; (iii) para solicitaciones de peso propio más sobrecarga, los momentos aportados por los desplazamientos de las zapatas, entendiéndose asentamientos diferenciales, disminuyen ligeramente hacia los pisos superiores y aumentan a medida que disminuye la rigidez del suelo; y (iv) la importancia de los momentos aportados por los desplazamientos de las zapatas con respecto a los obtenidos con apoyo rígido disminuye a medida que aumenta el número de pisos de la estructura.

Otro de los aspectos de interés lo constituye las tendencias de variación y signo de los momentos aportados por los desplazamientos de las zapatas. Para ilustrar lo anterior se ha elegido como ejemplo típico la viga tipo I del primer y segundo piso de una estructura de siete pisos, Tabla II. Los resultados expuestos en la Tabla, en el supuesto que el diseño solo contemplara solicitaciones de peso propio más sobrecarga, indican que los momentos flectores obtenidos para apoyo rígido son bastante menores a los obtenidos cuando se producen desplazamientos en las zapatas. En el nudo izquierdo, la condición más desfavorable (apoyo en arcilla) indica un incremento de 100% en los momentos flectores y para el nudo derecho un ligero cambio de signo. Si el diseño contemplara solicitaciones sísmicas,

TABLA II
MOMENTOS FLECTORES EN VIGA TIPO I.
ESTRUCTURA BASICA DE 7 PISOS SIN VIGAS DE FUNDACION

Piso	Suelo tipo	Momento flector, t·m					
		PP + SC		Sismo		Resultante = PP + SC + Sismo	
		NI	ND	NI	ND	NI	ND
1º	Rígido	- 7.2	-7.2	±14.6	±13.2	+7.4 -21.8	+ 6.0 -20.4
	Grava	-10.2	-3.2	±17.2	±16.2	+7.0 -27.4	+13.0 -19.4
	Arena	-12.6	-0.8	±18.6	±17.2	+6.0 -31.2	+16.4 -18.0
	Arcilla	-14.6	+0.8	±20.2	±18.6	+5.6 -34.8	+19.4 -17.8
2º	Rígido	- 7.8	-7.8	±17.6	±16.0	+9.8 -25.4	+ 8.2 -23.8
	Grava	-11.0	-3.8	±17.6	±16.0	+6.6 -28.6	+12.2 -19.8
	Arena	-13.4	-1.4	±17.6	±16.0	+4.2 -31.0	+14.6 -17.4
	Arcilla	-15.0	+0.2	±17.6	±16.0	+2.6 -32.6	+16.2 -15.8

los momentos resultantes calculados con apoyo rígido cubren perfectamente los momentos obtenidos para la estructura apoyada en grava, arena o arcilla y solicitada por peso propio más sobrecarga. Lo mismo ocurre para los momentos positivos del nudo izquierdo y los momentos negativos del nudo derecho cuando se considera sollicitación de peso propio, sobrecarga y sismo. Sin embargo, los momentos resultantes de signo contrario a los señalados pueden ser, al considerar apoyo en arcilla, hasta tres veces superiores a los momentos resultantes obtenidos con apoyo rígido, Tabla III. Pero, para estructuras con geometría y rigideces más complejas que las de la estructura analizada, todo induce a pensar que no existiría una ley definida que estableciera tendencias de variación y signos de los momentos aportados por los desplazamientos de las fundaciones.

TABLA III

RAZON DE MOMENTOS FLECTORES RESULTANTES EN VIGA TIPO I.
ESTRUCTURA BASICA DE 7 PISOS SIN VIGAS DE FUNDACION

Piso	Suelo tipo	RAZON = $\frac{\text{Momento resultante apoyo en suelo}}{\text{Momento resultante apoyo rígido}}$			
		NI		ND	
		Momentos		Momentos	
		+	-	+	-
1°	Grava	< 1.0	1.3	2.2	< 1.0
	Arena	< 1.0	1.4	2.7	< 1.0
	Arcilla	< 1.0	1.6	3.2	< 1.0
2°	Grava	< 1.0	1.1	1.5	< 1.0
	Arena	< 1.0	1.2	1.8	< 1.0
	Arcilla	< 1.0	1.3	2.0	< 1.0

La Fig. 6 presenta, para sollicitaciones de peso propio más sobrecarga, una normalización de los momentos inducidos en los nudos de la viga tipo II por los desplazamientos de las fundaciones. Para la viga tipo I los resultados son similares. Esta normalización se presenta en términos del asentamiento diferencial máximo, ya que, para las sollicitaciones consideradas, es este tipo de desplazamiento el causante principal de los aportes de momento en las vigas de la estructura. Se observa que la razón $M_{\Delta\rho_{\max}}/\Delta\rho_{\max}$ resulta virtualmente independiente del tipo de suelo de apoyo y que disminuye hacia los pisos superiores.

En la Fig. 7 se ha graficado para la estructura de cuatro pisos solicitada por peso propio más sobrecarga, la razón entre los asentamientos diferenciales máximos con y sin viga de fundación en función del producto $(E_b I)_{VF}$ de dicha viga; en que E_b es el módulo de elasticidad del hormigón, e I es el momento de inercia de la viga de fundación con respecto a un eje horizontal que pasa por su centro de gravedad. Considerando la proporcionalidad entre los momentos flectores en las vigas de la

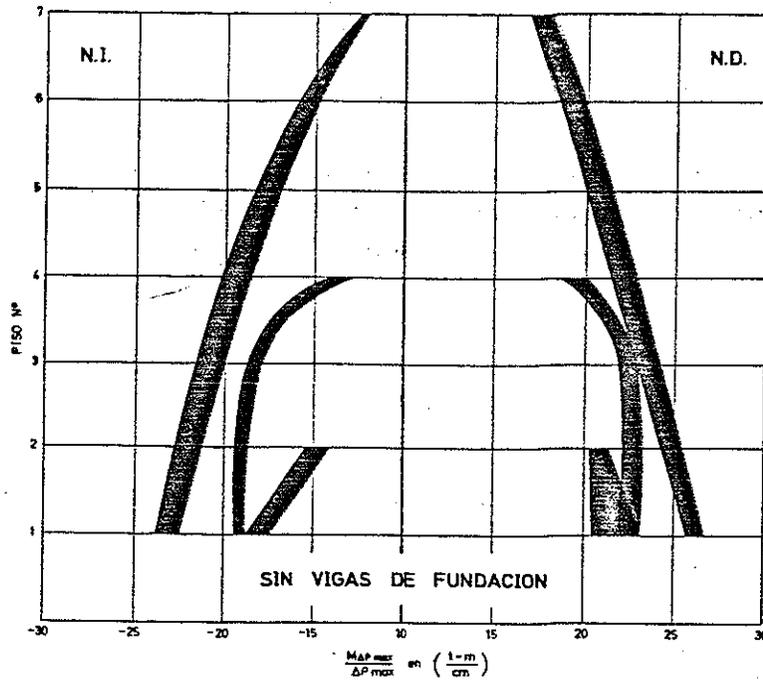


Fig. 6. Relación entre el asentamiento diferencial máximo y los momentos flectores inducidos en viga tipo II para sollicitaciones de peso propio más sobrecarga. Estructura básica de 2, 4 7 pisos apoyada sobre grava, arena o arcilla.

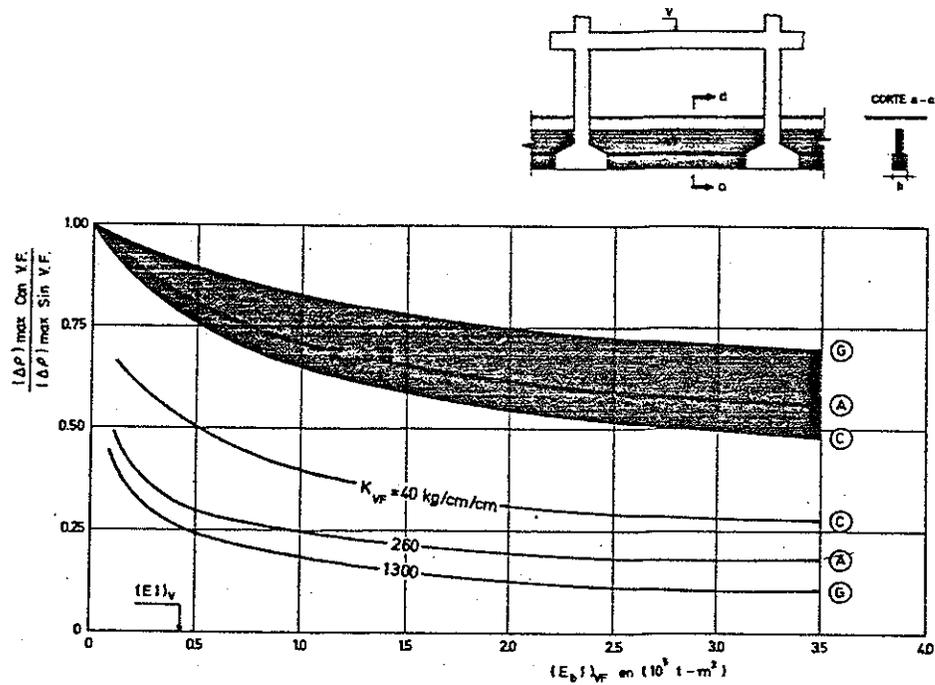


Fig. 7. Influencia de la rigidez de la viga de fundación en los asentamientos diferenciales máximos para sollicitaciones de peso propio más sobrecarga. Estructura básica de 4 pisos.

estructura y los asentamientos diferenciales que los provocan, Fig. 6, las curvas de la Fig. 7 estarían representando el amortiguamiento de dichos momentos a medida que aumenta la rigidez de las vigas de fundación. Este amortiguamiento es substancial aun para vigas de fundación con rigidez pequeña, en tanto se considere la colaboración del suelo representada por la constante del resorte K_{VF} . Pasado cierto valor de $(E_b I)_{VF}$ la velocidad de amortiguamiento decrece, es decir, se requiere aumentar considerablemente la rigidez de las vigas de fundación para lograr una reducción de interés práctico en los momentos flectores de las vigas de la estructura. La Fig. 8 ilustra el amortiguamiento de los asentamientos diferenciales máximos en estructuras de 2, 4 y 7 pisos apoyadas sobre arena. Los resultados indican que el efecto amortiguador de las vigas de fundación se reduce a medida que aumenta el número de pisos de la estructura. Esto es explicable ya que la rigidez adicional introducida por las vigas de fundación es menos importante a medida que la rigidez de la estructura se incrementa por el hecho de aumentar su número de pisos. En todo caso, el efecto amortiguador sigue siendo importante en estructuras de varios pisos.

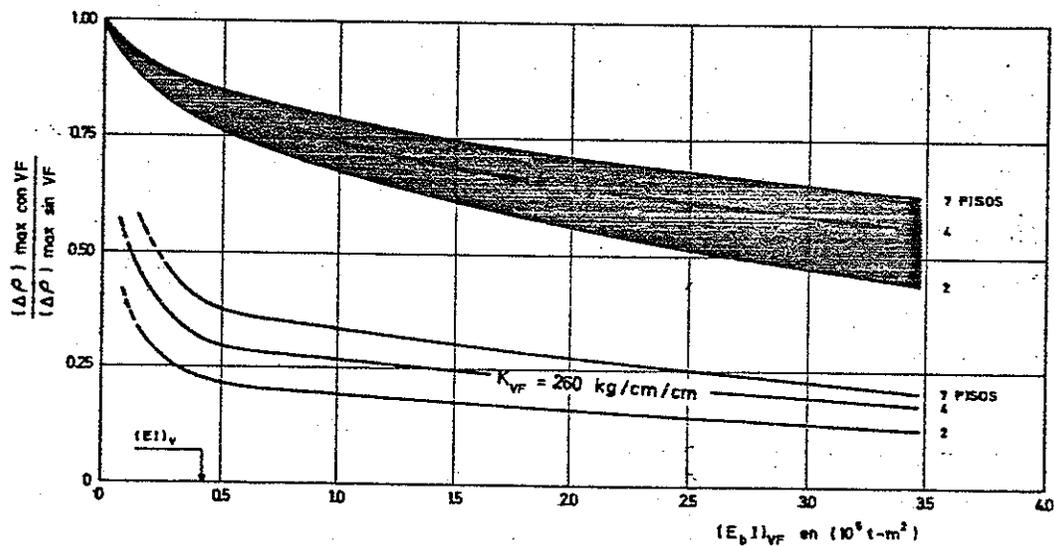


Fig. 8. Influencia de la rigidez de la viga de fundación en los asentamientos diferenciales máximos para sollicitaciones de peso propio más sobrecarga. Estructura básica de 2, 4 y 7 pisos apoyada sobre arena.

Los desplazamientos diferenciales en las zapatas debidos a la componente sísmica de la sollicitación se ven fuertemente reducidos por la incorporación de vigas de fundación, es decir, si las vigas de fundación presentan un $(E_b I)_{VF}$ alto el sistema de fundación se desplaza como cuerpo rígido. Esto se traduce en una disminución de los momentos flectores aportados a las vigas del primer piso. En las restantes vigas de la estructura la inclusión de vigas de fundación no tiene importancia práctica ya que los desplazamientos de las zapatas asociados a la sollicitación sísmica inducen momentos despreciables.

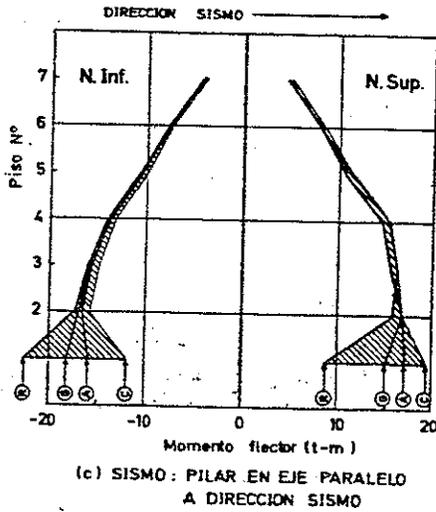
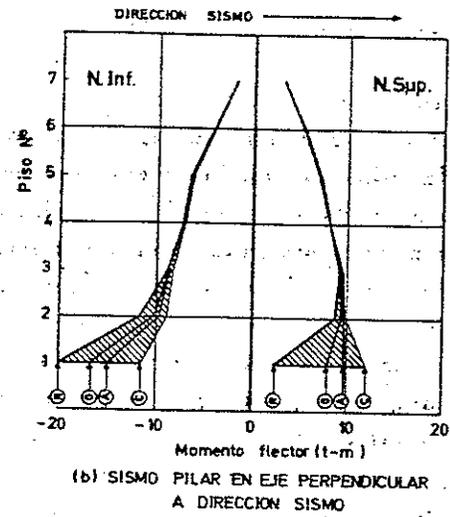
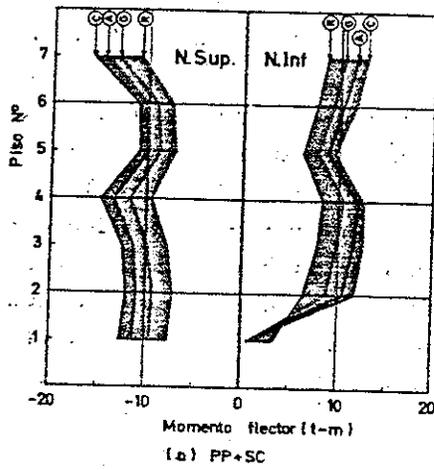


Fig. 9. Momento flector en pilar borde. Estructura básica de 7 pisos sin vigas de fundación.

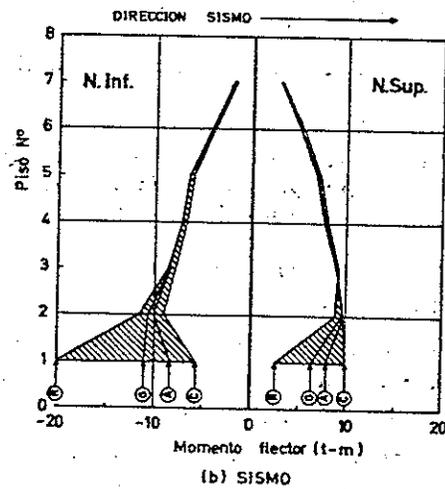
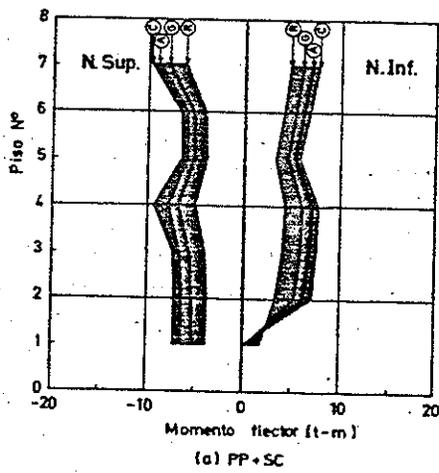
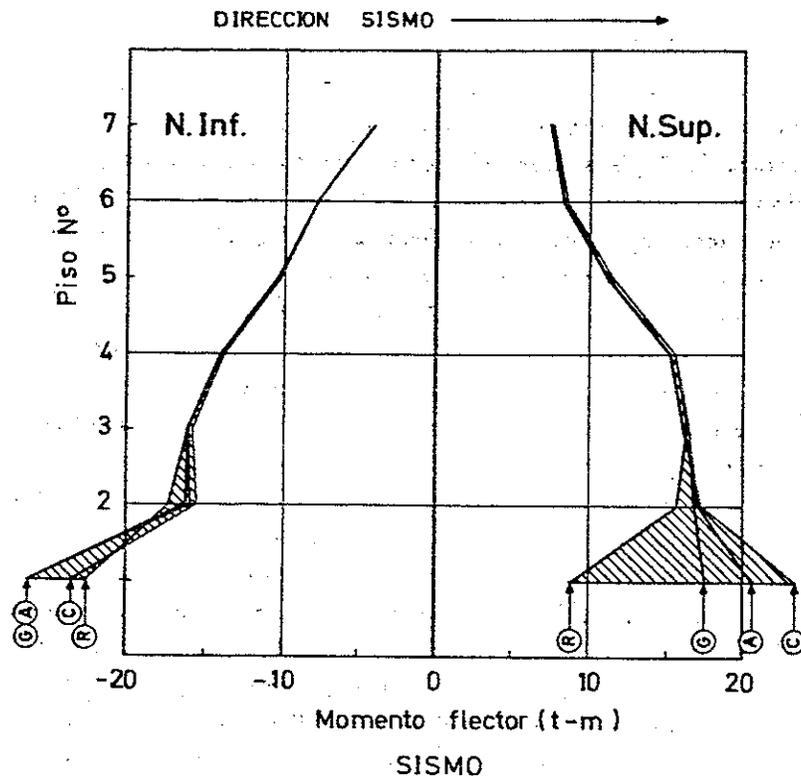


Fig. 10. Momento flector en pilar vértice. Estructura básica de 7 pisos sin vigas de fundación.



Nota : Para PP+SC los momentos flectores son nulos

Fig. 11. Momento flector en pilar central. Estructura básica de 7 pisos sin vigas de fundación.

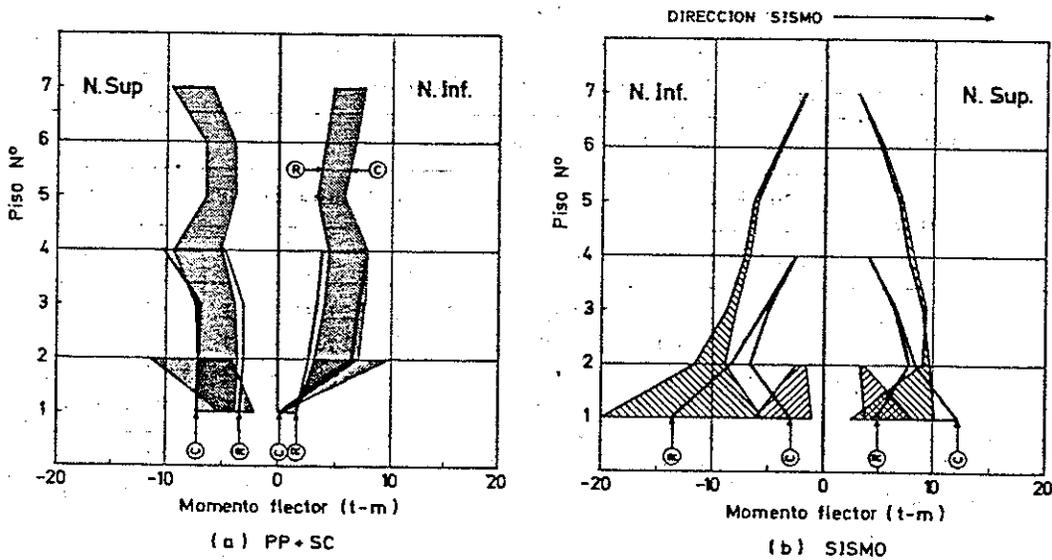


Fig. 12. Variación del momento flector con el número de pisos en pilar vértice. Estructura básica de 2, 4 y 7 pisos sin vigas de fundación.

Momentos flectores en los pilares

Las Figs. 9 a 11 ilustran la variación en altura de los momentos flectores en los nudos superior (NSUP) e inferior (NINF) de los pilares borde, vértice y central para la estructura de 7 pisos. Los gráficos relativos a la sollicitación sísmica consideran su acción de izquierda a derecha bastando cambiar el signo de los momentos cuando el sismo actúa en dirección opuesta. En la Fig. 12 se presentan resultados similares a los anteriores en estructuras de 2, 4 y 7 pisos.

De la observación de las Figs. 9 a 12 es posible establecer que: (i) los momentos aportados por los desplazamientos de las zapatas bajo cargas sísmicas se deben fundamentalmente a giros de fundación y sólo afectan significativamente a los nudos superior e inferior de los pilares del primer piso; (ii) para sollicitaciones de peso propio más sobrecarga y exceptuando el nudo inferior de los pilares del primer piso (corresponde a la unión entre el pilar y la zapata) los momentos aportados por los desplazamientos de las fundaciones se deben fundamentalmente a asentamientos diferenciales y aumentan a medida que disminuye la rigidez del suelo; (iii) para sollicitaciones de peso propio más sobrecarga los momentos en la unión pilar-zapata son de valor relativamente reducido.

En las Tablas IV y V se presentan los momentos en el pilar vértice del primer y segundo piso de una estructura de siete pisos. En lo referente a las tendencias de variación y signos de los momentos estos resultados, que se consideran típicos, permiten extraer conclusiones similares a las obtenidas para las vigas de la estructura.

TABLA IV
MOMENTOS FLECTORES EN PILAR VERTICE.
ESTRUCTURA BASICA DE 7 PISOS SIN VIGAS DE FUNDACION

Piso	Suelo tipo	Momento flector, t-m					
		PP + SC		Sismo		Resultante = PP + SC + Sismo	
		NINF	NSUP	NINF	NSUP	NINF	NSUP
1º	Rígido	+1.9	-3.8	±20.0	± 2.5	+21.9 -18.1	-1.3 - 6.3
	Grava	+0.3	-5.4	±11.0	± 6.4	+11.3 -10.7	+1.0 -11.8
	Arena	~0	-6.5	± 8.3	± 8.0	+ 8.3 - 8.3	+1.5 -14.5
	Arcilla	~0	-7.3	± 5.5	±10.0	+ 5.5 - 5.5	+2.7 -17.3
2º	Rígido	+3.3	-3.7	±11.5	± 9.0	+14.8 -8.2	+5.3 -12.7
	Grava	+5.3	-5.4	±10.6	± 9.5	+15.9 -5.3	+4.1 -14.9
	Arena	+6.3	-6.5	±10.0	± 9.7	+16.3 -3.7	+3.2 -16.2
	Arcilla	+7.0	-7.2	± 9.0	± 9.7	+16.0 -2.0	+2.5 -16.9

TABLA V

RAZON DE MOMENTOS FLECTORES RESULTANTES EN PILAR VERTICE.
ESTRUCTURA BASICA DE 7 PISOS SIN VIGAS DE FUNDACION

Piso	Suelo tipo	RAZON = $\frac{\text{Momento resultante apoyo en suelo}}{\text{Momento resultante apoyo rígido}}$			
		NINF		NSUP	
		Momentos		Momentos	
		+	-	+	-
1°	Grava	< 1.0	< 1.0	cambia signo	1.9
	Arena	< 1.0	< 1.0	cambia signo	2.3
	Arcilla	< 1.0	< 1.0	cambia signo	2.7
2°	Grava	1.1	< 1.0	< 1.0	1.2
	Arena	1.1	< 1.0	< 1.0	1.3
	Arcilla	1.1	< 1.0	< 1.0	1.3

La Fig. 13 presenta, para solicitaciones de peso propio más sobrecarga, una normalización de los momentos aportados en el pilar vértice por los desplazamientos de las fundaciones. Esta normalización se efectuó en términos del asentamiento diferencial máximo ya que, para las solicitaciones consideradas, es este tipo de desplazamiento el causante principal de los aportes de momentos. En la figura se excluye el nudo inferior del pilar del primer piso ya que el momento inducido allí depende tanto del asiento diferencial como del giro de fundación. Los resultados de la Fig. 13, que también son aplicables al pilar borde, permiten aseverar que la incorporación de vigas de fundación amortigua los momentos aportados por los asentamientos diferenciales en la misma proporción en que disminuyen los asentamientos diferenciales máximos. Esta disminución del $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ aparece graficada en las Figs. 7 y 8. En lo que respecta a los momentos en el nudo inferior del pilar del primer piso (para solicitaciones de peso propio más sobrecarga) y en los nudos inferior y superior de dicho pilar (para la componente sísmica de la sollicitación), la incorporación de vigas de fundación hace que éstos se acerquen a los valores obtenidos con apoyo rígido. Este acercamiento será tanto mayor cuanto mayor sea la rigidez de las vigas de fundación.

Asentamientos medidos y calculados

En las Figs. 14 a 16 se ilustra la relación entre $\rho_{m\acute{a}x}$ y $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ calculados para estructuras de 2, 4 y 7 pisos con y sin vigas de fundación, apoyadas sobre suelos tipo grava, arena y arcilla y sollicitadas por peso propio más sobrecarga. A modo de comparación se incluyen resultados obtenidos con mediciones de asentamiento en edificios apoyados sobre arcilla¹ y arena^{1,24}, detectándose una correlación

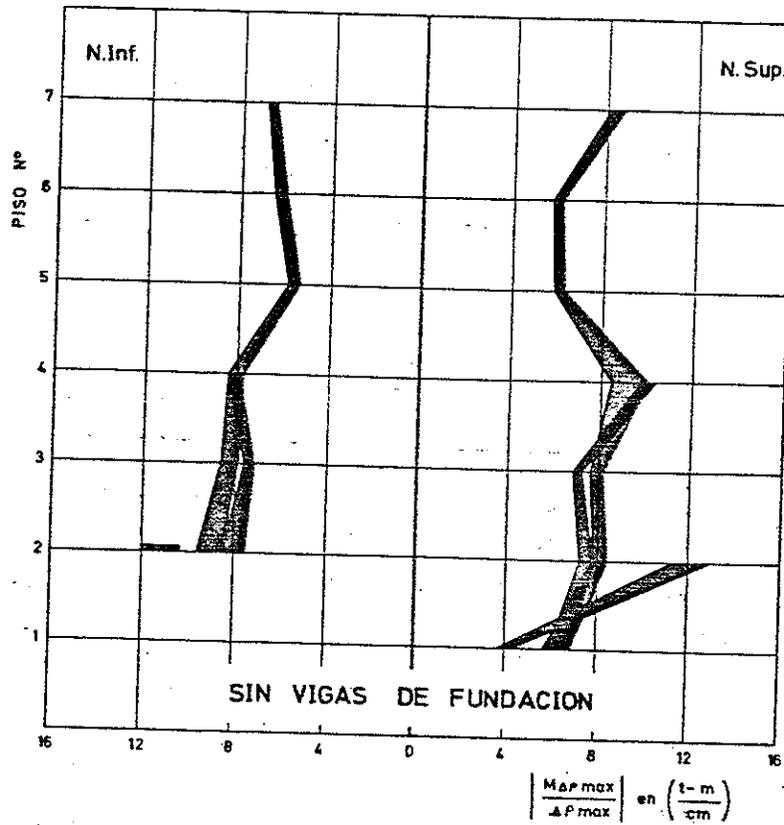


Fig. 13. Relación entre el asentamiento diferencial máximo y los momentos flectores inducidos en pilar vértice para solicitaciones de peso propio más sobrecarga. Estructura básica de 2, 4 y 7 pisos apoyada sobre grava, arena o arcilla.

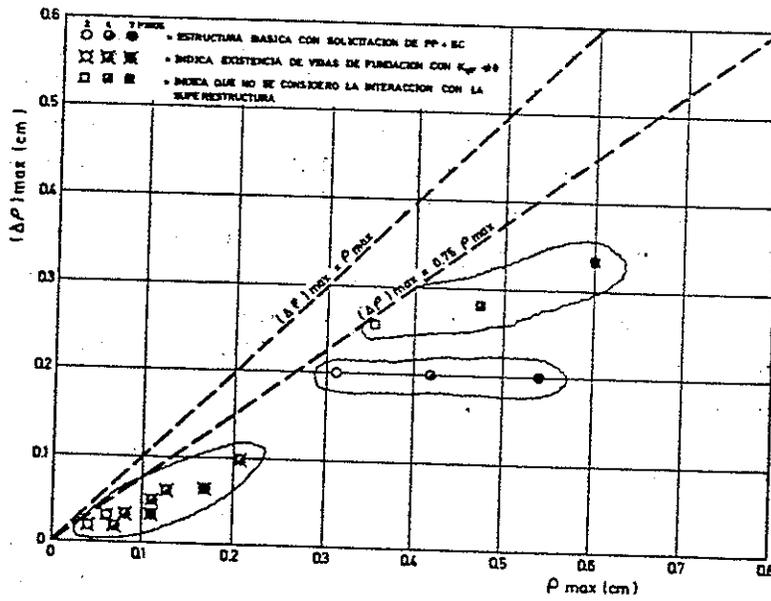


Fig. 14. Relación entre los asentamientos diferenciales máximos y los totales máximos para estructuras apoyadas en grava.

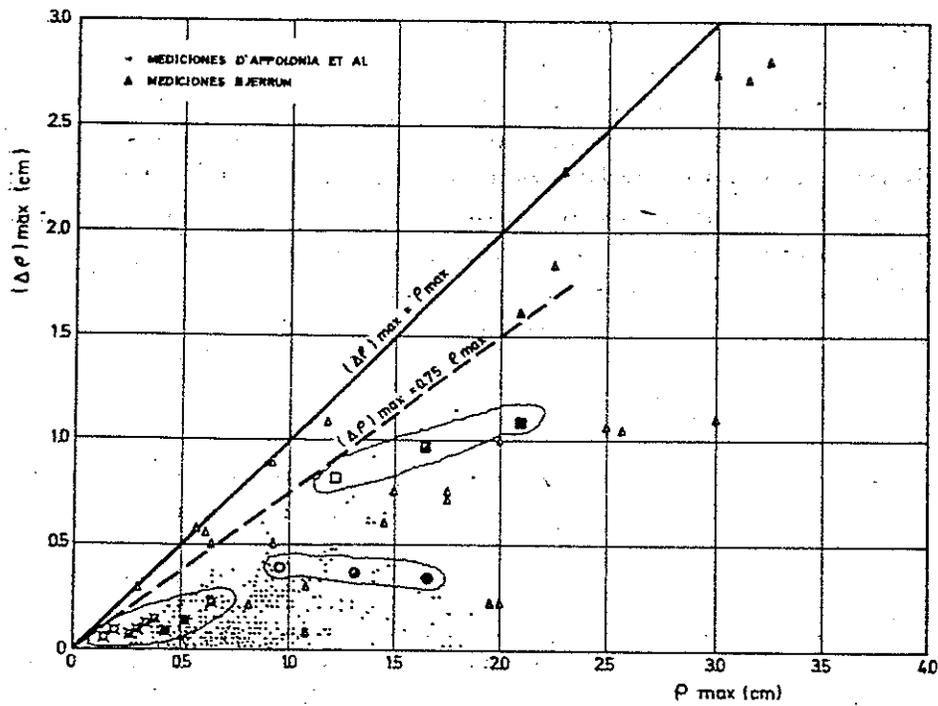


Fig. 15. Relación entre los asentamientos diferenciales máximos y los totales máximos para estructuras apoyadas en arena.

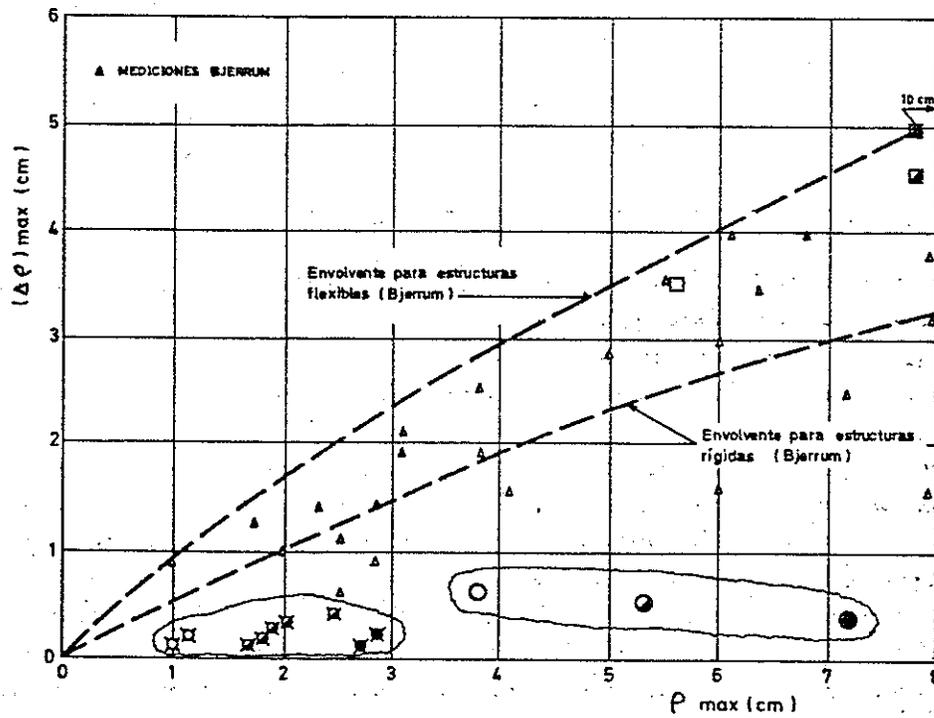


Fig. 16. Relación entre los asentamientos diferenciales máximos y los totales máximos para estructuras apoyadas en arcilla.

relativamente adecuada con los valores calculados. Esta correlación hay que juzgarla en términos netamente cualitativos ya que el análisis de la estructura considerada en este estudio no contempla una serie de variables presentes en las estructuras reales y, por otra parte, las geometrías y rigideces de estas últimas no son necesariamente iguales a las de la estructura analizada. En la Tabla VI se presenta la razón entre los asentamientos totales calculados considerando y sin considerar la rigidez de la estructura. Los resultados corresponden a valores obtenidos en los tres tipos de zapatas y en estructuras de 2, 4 y 7 pisos apoyadas en grava, arena y arcilla.

TABLA VI
RAZON ENTRE ASENTAMIENTOS CALCULADOS: SIN CONSIDERAR LA RIGIDEZ
Y CONSIDERANDOLA. PESO PROPIO MAS SOBRECARGA.
ESTRUCTURA SIN VIGAS DE FUNDACION

N° de pisos	Suelo tipo	Valores de la razón en zapata		
		Vértice	Borde	Central
2	Grava	0.82	1.04	1.12
	Arena	0.72	1.04	1.31
	Arcilla	0.62	1.07	1.55
4	Grava	0.84	1.03	1.14
	Arena	0.74	1.04	1.33
	Arcilla	0.67	1.05	1.54
7	Grava	0.85	1.03	1.16
	Arena	0.77	1.04	1.32
	Arcilla	0.72	1.04	1.47

Los resultados del cálculo indican que: (i) los asentamientos máximos $\rho_{m\acute{a}x}$ determinados sin considerar la rigidez de la estructura resultan 15%, 30% y 50% superiores a los obtenidos si se considera dicha rigidez según se trate de grava, arena y arcilla; (ii) para el asentamiento diferencial máximo los porcentajes anteriores pueden ser de hasta 60%, 200% y 1000%, lo cual implica lo absurdo de calcular los esfuerzos aportados a la estructura por asentamientos diferenciales estimados sin considerar su rigidez (v. gr. *zapatas desconectadas*); (iii) en tanto se considere la rigidez de la estructura la razón límite $\Delta\rho_{m\acute{a}x}/\rho_{m\acute{a}x}$ para la grava resulta igual a 0.66, para la arena igual a 0.50 y para la arcilla igual a 0.25; (iv) la razón entre el asentamiento calculado sin considerar la rigidez de la estructura y el calculado considerándola varía de una zapata a otra y se acerca a la unidad a medida que aumenta la rigidez del suelo; (v) la incorporación de vigas de fundación reduce significativamente $\rho_{m\acute{a}x}$ y $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ en tanto se considere la colaboración del suelo bajo ellas.

COMENTARIOS SOBRE LOS METODOS DE DISEÑO DE FUNDACIONES POR LIMITACION DE ASENTAMIENTOS

Métodos empíricos

Tal como se indicó en la introducción, estos métodos se basan en correlaciones empíricas obtenidas de la observación de estructuras con y sin daños en las cuales se han efectuado mediciones de asentamientos. Así por ejemplo, Bjerrum¹ establece correlaciones empíricas $(\Delta\rho/l)_{m\acute{a}x}$ vs $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ y $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ vs $\rho_{m\acute{a}x}$ para estructuras apoyadas en suelos arenosos y en arcillas. Además da valores del $(\Delta\rho/l)_{adm}$ en función de la rigidez y funcionalidad de la estructura. Con estas correlaciones y el $(\Delta\rho/l)_{adm}$ es posible encontrar el $\rho_{m\acute{a}x}$ admisible a emplear en el dimensionamiento del sistema de fundación. Por su simplicidad esta metodología es la que comúnmente se emplea en la práctica de la ingeniería. No obstante, es conveniente formular algunos comentarios sobre su utilización:

- (i) La correlación $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ vs $\rho_{m\acute{a}x}$ empleada corresponde generalmente a la envolvente de los resultados empíricos. Por tal motivo, el valor del $\rho_{m\acute{a}x}$ admisible que se obtiene para el diseño de las fundaciones puede, en algunos casos, resultar conservador. Esto queda de manifiesto al observar las Figs. 14 a 16.
- (ii) El dimensionamiento de las zapatas se efectúa imponiendo la condición de que sus asentamientos totales sean inferiores o a lo sumo iguales al $\rho_{m\acute{a}x}$ admisible. El problema de fondo radica en el cálculo del asentamiento total de la zapata, ya que, en diseños convencionales, esto se realiza sin considerar la rigidez de la estructura. Dicho de otra forma, se están comparando dos asentamientos totales: uno de ellos, ($\rho_{m\acute{a}x}$ admisible), deducido en base a mediciones que llevan implícito, entre otros, el efecto de la rigidez de la estructura y el otro, (ρ calculado), que no lo considera. De acuerdo a los resultados obtenidos para la estructura analizada, Tabla VI, se ha visto que el asentamiento calculado en la forma convencional difiere del obtenido al considerar la rigidez de la estructura, lo cual implicaría diseños cuya exactitud se reduce a medida que disminuye la rigidez del suelo de apoyo. A lo anterior debe agregarse, obviamente, el error en la determinación de las características de deformabilidad del suelo empleadas en el cálculo de asentamientos.
- (iii) Las determinaciones empíricas del $\rho_{m\acute{a}x}$ admisible se basan en observaciones de estructuras en cuyo diseño no se han tenido en cuenta sollicitaciones sísmicas. En países sísmicos resulta necesario revisar esos criterios, especialmente para estructuras en las cuales los desplazamientos de las fundaciones producidos por el sismo aporten esfuerzos adicionales de importancia.

Métodos analíticos

Uno de los procedimientos analíticos empleados en la práctica de la ingeniería

consiste en estimar el asentamiento diferencial entre dos zapatas contiguas, para lo cual se emplean las reacciones calculadas sin tener en cuenta la rigidez de la estructura (modelación de *zapatas desconectadas*). Este asentamiento diferencial se impone a la estructura, generalmente modelada como marco plano, y con él se obtienen los esfuerzos inducidos en ella. El procedimiento puede llevar a resultados absurdos, ya que el despreciar la rigidez de la estructura involucra sobreestimar el asentamiento diferencial y por ende los esfuerzos inducidos en ella.

Sin embargo, con el desarrollo de nuevas técnicas de computación y con la ampliación de la capacidad y velocidad de proceso lograda en los computadores modernos, se vislumbra la posibilidad de implementar programas que vayan incorporando la gran constelación de variables en juego:

- (i) Características elastoplásticas del material constitutivo de la estructura (incluye variación de la rigidez por fisuramiento en elementos de hormigón armado), tanto para solicitaciones estáticas como dinámicas.
- (ii) Características elastoplásticas carga-deformación-tiempo del suelo de apoyo tanto para solicitaciones estáticas como dinámicas.
- (iii) Geometría y rigidez tanto de la estructura como del sistema de fundación (por ej. vigas de fundación).
- (iv) Interacción entre zapatas a través del suelo.
- (v) Secuencia constructiva.
- (vi) Contracción volumétrica, *creep* y envejecimiento del material constitutivo de la estructura y del sistema de fundación, especialmente si es hormigón.
- (vii) Erraticidad del suelo y de las solicitaciones aplicadas a la estructura.

El procesamiento de todas estas variables, por muy racional y sistemático que éste fuera, parece ser de difícil aplicación a la práctica de la ingeniería mediante recetas prácticas al estilo de los métodos empíricos. Una manifestación concreta de lo anterior queda ilustrada por los resultados expuestos en las Tablas II a V los que sugieren, para estructuras más complejas que la analizada, variaciones aleatorias de los esfuerzos aportados por los desplazamientos de las zapatas.

Por tal motivo, el enfoque de los métodos analíticos debería estar orientado al análisis sistemático de cada una de las variables en juego a través de *estructuras simples*. Una vez lograda esta primera etapa, se podría contar con elementos de juicio ya sea para establecer recomendaciones generales de diseño, ya sea para implementar dichos métodos a la solución de estructuras reales, al diseño óptimo de ellas y a la interpretación más rigurosa de mediciones de asentamientos.

El presente trabajo corresponde al inicio del barrido sistemático de algunas variables, el cual será continuado en futuras publicaciones actualmente en preparación.

CONCLUSIONES

A la luz de los resultados obtenidos para una estructura aportada con geometría muy simple, en la que se han ignorado efectos tales como el comportamiento no

lineal carga-deformación de los materiales, la deformabilidad diferida en el tiempo para suelos tipo arcilla, la interacción entre zapatas a través del suelo, la secuencia constructiva, la erraticidad del suelo y de las solicitaciones aplicadas a la estructura, el *creep*, la contracción volumétrica y el envejecimiento del hormigón, es posible sin embargo establecer las siguientes conclusiones preliminares:

Momentos flectores en las vigas

- (i) Los momentos flectores en el punto central de las vigas no se ven afectados significativamente por la existencia de desplazamientos en las zapatas de fundación.
- (ii) Para solicitaciones de peso propio más sobrecarga los momentos aportados en los nudos extremos de las vigas se deben fundamentalmente a asentamientos diferenciales, disminuyen ligeramente hacia los pisos superiores y aumentan a medida que disminuye la rigidez del suelo (para apoyo en arcilla el momento resultante puede ser hasta dos veces el obtenido con apoyo rígido o incluso ser de signo contrario).
- (iii) Para la componente sísmica de la solicitación los momentos aportados sólo afectan a las vigas del primer piso y se deben fundamentalmente a giros de fundación.
- (iv) La importancia de los momentos aportados por los desplazamientos de las zapatas con respecto a los obtenidos con apoyo rígido disminuye a medida que aumenta el número de pisos de la estructura.
- (v) La incorporación de vigas de fundación produce una reducción apreciable de los momentos aportados por los desplazamientos de las zapatas, especialmente si se considera la colaboración del suelo existente bajo ellas y en tanto que éste tenga un módulo de deformación comparable con el asociado al suelo de apoyo de las zapatas.

Momentos flectores en los pilares

- (i) Para solicitaciones de peso propio más sobrecarga y exceptuando el nudo inferior de los pilares del primer piso (unión entre el pilar y la zapata) los momentos aportados por los desplazamientos de las zapatas se deben fundamentalmente a asentamientos diferenciales y aumentan a medida que disminuye la rigidez del suelo (para apoyo en arcilla el momento resultante puede ser hasta dos veces el obtenido con apoyo rígido).
- (ii) Para solicitaciones de peso propio más sobrecarga los momentos en la unión pilar-zapata son de valor relativamente reducido.
- (iii) Para la componente sísmica de la solicitación los momentos aportados se deben fundamentalmente a giros de fundación y sólo afectan significativamente a los nudos superior e inferior de los pilares del primer piso.
- (iv) Para solicitaciones de peso propio más sobrecarga y exceptuando la unión pilar-zapata, la incorporación de vigas de fundación produce una reducción

de los momentos aportados de igual magnitud que la obtenida para las vigas de la estructura. En lo que respecta a los momentos en el nudo inferior del pilar del primer piso (para solicitaciones de peso propio más sobrecarga) y en los nudos superior e inferior de dicho pilar (para la componente sísmica de la solicitación), la incorporación de vigas de fundación hace que éstos se acerquen a los valores obtenidos con apoyo rígido, acercamiento que será tanto mayor cuanto mayor sea la rigidez de las vigas de fundación.

Asentamientos

- (i) Existe una concordancia, por lo menos cualitativa, entre el $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ vs $\rho_{m\acute{a}x}$ calculado y el $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ vs $\rho_{m\acute{a}x}$ medido para edificios apoyados en suelos tipo arcilla y tipo arena.
- (ii) Los valores de $\rho_{m\acute{a}x}$ calculados sin considerar la rigidez de la estructura resultan 15%, 30% y 50% superiores a los obtenidos si se considera dicha rigidez según se trate de grava, arena y arcilla respectivamente; para el asentamiento diferencial máximo estos porcentajes pueden ser de hasta 60%, 200% y 1000%.
- (iii) En tanto se considere la rigidez de la estructura la razón límite $\Delta\rho_{m\acute{a}x}/\rho_{m\acute{a}x}$ para la grava resulta igual a 0.66, para la arena igual a 0.50 y para la arcilla igual a 0.25.
- (iv) La razón entre el asentamiento calculado sin considerar la rigidez de la estructura y el calculado considerándola varía de una zapata a otra y se acerca a la unidad a medida que aumenta la rigidez del suelo.
- (v) La incorporación de vigas de fundación reduce considerablemente el $\rho_{m\acute{a}x}$ y el $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ en tanto se considere la colaboración del suelo bajo ellas.

Generales

- (i) Los métodos empíricos para determinar el $\rho_{m\acute{a}x adm}$ son de gran atractivo en ingeniería por su simplicidad. Sin embargo, en países sísmicos resulta necesario revisar esos criterios, especialmente para estructuras en las cuales los desplazamientos de las fundaciones producidos por el sismo aporten esfuerzos adicionales de importancia.
- (ii) Los resultados obtenidos para una estructura tan simple como la analizada, en la que se consideran sólo algunas de las variables en juego, sugieren, para estructuras más complejas, variaciones francamente aleatorias de los esfuerzos aportados por los desplazamientos de las zapatas. Por tal motivo, el enfoque de los métodos analíticos debería estar orientado al análisis sistemático de cada una de las variables en juego a través de *estructuras simples*. Una vez lograda esta primera etapa se podría contar con elementos de juicio para implementar dichos métodos a la solución de estructuras reales, al diseño óptimo de ellas y a la interpretación más rigurosa de mediciones de asentamientos.

REFERENCIAS

1. BJERRUM, L. Discussion to *European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Wiesbaden, vol. II, 1963.
2. COLOMBO, P. y RICCERI, G. Behavior of structures and allowable settlements. *Proceedings of the 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Moscow, 1973.
3. FELD, J. Tolerance of structures to settlement. *Journal of the Soil Mechanics Division ASCE*, mayo 1965.
4. GRANT, R.; CHRISTIAN, J.T., y VANMARCKE, E.H. Differential settlement of buildings. *Journal of the Geotechnical Engineering Division ASCE*, septiembre 1974.
5. POLSHIN, D.E. y TOKAR, R.A. Maximum allowable non-uniform settlement of structures. *Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, London, vol. 3, 1957.
6. SKEMPTON, A.W. y MAC DONALD, D.N. The allowable settlement of buildings. *Proceedings of the Institute of Civil Engineer*, London, vol. 5, Part III, 1956.
7. TERZAGHI, K. y PECK, R.B. *Soil mechanics in engineering practice*. Ed. Wiley and Sons, New York, 1955, 1967.
8. CHAMECKI, S. Structural rigidity in calculating settlements. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division ASCE*, vol. 82, enero 1956.
9. CHAMECKI, S. Calcul des tassements progressifs des fondations (en tenant compte de l'interaction des structures et du sol). *Annales de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics*, n° 261, septiembre 1969.
10. GRASSOFF, H. Influence of flexural rigidity of superstructure on the distribution of contact pressure and bending moments of an elastic combined footing. *Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, London, vol. 3, 1957.
11. HANSBO, S. Written contribution. *Proceedings of the 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, vol. 4. 2, Moscow, 1973.
12. LARNACH, W.J. Computation of settlements in building frames (taking account of structural stiffness). *Civil Engineering and Public Works Review*, vol. 65, n° 770, septiembre 1970.
13. MEYERHOF, G.G. The structural analysis of building frames. *The Structural Engineer*, London, vol. 25, 1947.
14. MEYERHOF, G.G. Some recent foundation research and its application to design. *The Structural Engineer*, London, vol. 31, 1953.
15. MORRIS, D.V. Interaction of continuous frames and soil media. *Journal of the Structural Division ASCE*, octubre 1966.
16. SEETHARAMULU, K. y KUMAR, A. Interaction of foundation beam and soil with frames. *Proceedings of the 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Moscow, 1973.
17. SOMNER, H. A method for the calculation of settlements, contact pressures and bending moments in a foundation including the influence of the flexural rigidity of the superstructure. *Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Montreal, vol. 3, 1965.
18. DIAZ, J. y VANMARCKE, E. Settlement of structures on shallow foundations: A probabilistic analysis. *Soil Publication n° 334*, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, enero 1974.
19. WU, T.H. y KRAFT, L.M. The probability of foundation safety. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Engineering ASCE*, septiembre 1967.

20. BARATA, F.E. The allowable settlement and the design of foundations. *Proceedings of the 4th Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, vol. II, Puerto Rico, 1971.
21. GOLDER, H.Q. The allowable settlement of structures. State of the art paper. *Proceedings of the 4th Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, vol. I, Puerto Rico, 1971.
22. MORETTO, O. Discussion. *Proceedings of the 4th Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, vol. III, Puerto Rico.
23. SARRAZIN, M. *El método de elementos finitos en problemas de equilibrio*. Publicación n° 3 del Curso de Extensión de Elementos Finitos en Ingeniería Civil, Depto. de Obras Cíviles, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile, diciembre 1973.
24. D'APPOLONIA, D.J.; D'APPOLONIA, E., y BRISETTE, R.F. Settlement of spread footings on sand. *Journal of the Soil Mechanics Division ASCE*, mayo 1968.

INFLUENCE OF DIFFERENTIAL SETTLEMENTS ON A SPATIAL FRAME: PART I

SUMMARY:

Bending moments induced by footing displacements on a spatial frame are computed. Gravel, sand and clay soils are considered as foundation material which are assumed to be elastic, homogeneous and isotropic; the influence of the number of stories and the rigidity of foundation beams are analysed. Results are compared with those obtained by field measurements through a maximum differential settlement, $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$, vs maximum settlement, $\rho_{m\acute{a}x}$, plot.